TITLE:

分数量子Hall系における輸送現象 : 階層構造、相互作用とエッジ・トンネリングの実験(基研研究会「量子ホール効果及び関連する物理」,研究会報告)

AUTHOR(S):

井村, 健一郎

CITATION:

井村, 健一郎. 分数量子Hall系における輸送現象 : 階層構造、相互作用とエッジ・トンネリングの実験(基研研究会「量子ホール効果及び関連する物理」,研究会報告). 物性研究 1999, 72(2): 202-205

ISSUE DATE:

1999-05-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/96595

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

分数量子 Hall 系における輸送現象
— 階層構造、相互作用とエッジ・トンネリングの実験 —

東京大学 物理工学科　井村 健一郎[1]

階層構造をもつ分数量子 Hall 系の輸送現象について議論する。電荷モードと中性モードの間にはたらく相互作用がエッジ・トンネリングの $I-V$ 特性に及ぼす影響を調べ、最近の実験結果との関係を議論する。

1 はじめに

エッジ・トンネリングの実験は、Wen によって提唱されたカイラル 朝永 -Luttinger (TL) 液体の理論 [1] を検証する上で主要な役割を果たしてきた。3次元の Fermi 液体から2次元の分数量子 Hall 液体へのトンネリングの実験に対して、カイラル TL 液体の理論は非線型な $I-V$ 特性を予言する。Landau レベルの充填率が、$\nu=1/$(奇数) という Laughlin 状態の場合には、$I-V$ 特性は $I\sim V^{1/\nu}$ となることが期待されるが、これはすでに実験で確かめられている。[2] しかし、量子 Hall 効果のプラトーはもっと一般の分数で現れるので、そのような充填率に対して、エッジ・トンネリングの実験がどのような $I-V$ 特性を示すかということについて、これから議論していきたいと思う。

2 階層構造と Grayson の実験

まず、Jain の階層構造 [3] で、複合フェルミオンが $\nu=2$ の整数量子 Hall 状態になる場合を考えよう。電子に対しては、$\nu=2/(2p+\chi)$ (p: 偶数, $\chi=\pm1$) である。バルクの普遍的な性質は「K 行列」と「電荷ベクトル」によって規定されるが、[4] いまの場合、これらは、

$$K=\begin{pmatrix} p+\chi & p \\ p & p+\chi \end{pmatrix},\ t=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

である。理想的な場合、$I-V$ 特性の指数は、$\alpha=1/\nu+1/2$ となる。右辺の第2項が中性モードの寄与である。$\nu=m/(mp+\chi)$ (m: 自然数) の場合には、中性モードの従う代数が $\widehat{SU(m)}_1$ にになることに対応して、

$$\alpha=\frac{1}{\nu}+1-\frac{1}{m} \tag{2}$$

[1]E-mail: imura@appi.t.u-tokyo.ac.jp

と一般化される。電荷と中性な自由度が完全に分離せずに相互作用があると、(2) の値は一般に変更を受けるかもしれない。一方、Kane と Fisher はランダムな不純物による散乱に対して安定なくりこみ群の固定点を見つけ、そこでは $I-V$ 特性は (2) の普遍的な指数に従うと予言した。[5] その後、彼らの理論は圧縮性状態へのトンネリングの理論とも矛盾しないことがわかり、(2) 式は連続的な ν へ拡張された。[6]

Grayson の実験はこれらの予想を覆すものだった。[7] 彼らは $\nu = 1/4$ から $\nu = 1$ までのいろいろな充填率で $I-V$ 特性を調べた結果、バルクの状態に関わらず、α はほぼ $1/\nu$ に比例することを見出した。細かいことを言えば、実験結果は $\alpha = 1/\nu$ の直線より少し下にきている。Grayson の実験はトンネリングに寄与する中性モードが存在しないことを示している。

3 カイラル TL 液体の立場から

Grayson の実験に対して、カイラル TL 液体の立場から一定の解釈を与えたのは、Lee と Wen である。[8] 彼らにならって、電荷と中性の 2 つのモードからなるカイラル TL 液体を考えよう。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \mathcal{L}_n$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_c &= \frac{v_c}{8\pi\nu}\left[\left(\frac{\partial\phi_c^+}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_c^-}{\partial x}\right)^2\right] + \frac{i}{4\pi\nu}\frac{\partial\phi_c^+}{\partial\tau}\frac{\partial\phi_c^-}{\partial x} \\
\mathcal{L}_n &= \frac{v_n}{8\pi\eta}\left[\left(\frac{\partial\phi_n^+}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_n^-}{\partial x}\right)^2\right] + \frac{i}{4\pi\eta}\frac{\partial\phi_n^+}{\partial\tau}\frac{\partial\phi_n^-}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{3}$$

電子の演算子は、

$$\Psi \sim e^{i\phi_c^R/\nu} e^{\pm i\phi_n^R/\eta}. \tag{4}$$

電子のトンネリングを考えるだけなら (準粒子のことを考えなければ)、この 2 つのモードで十分なのだ。ただし、電子がフェルミオンの交換関係を満たすためには、
$1/\nu + \chi/\eta =$ (奇数) が必要。彼らのアイディアは、大雑把に言って、$v_n \ll v_c$ なら、交換関係には両方のモードが寄与するが、トンネリングに寄与するのは電荷モードだけになるというものだ。さて、このとき電荷と中性のモードはランダムな不純物散乱の固定点で完全に分離しているのであろうか。少なくとも Grayson の実験は $\alpha = 1/\nu$ から少しずれている。そこで、われわれはランダムな散乱のことは忘れて、電荷と中性モードの相互作用を考えることにする。

$$u\left[\rho_c^L(x)\rho_n^L(x) + \rho_c^R(x)\rho_n^R(x)\right] = \frac{u}{8\pi^2}\left[\frac{\partial\phi_c^+}{\partial x}\frac{\partial\phi_n^+}{\partial x} + \chi\frac{\partial\phi_c^-}{\partial x}\frac{\partial\phi_n^-}{\partial x}\right], \tag{5}$$

ここで、

$$\phi^\pm = \phi^u \pm \phi^d$$

$$\phi_c^R = \phi_c^u, \quad \phi_n^R = \begin{cases} \phi_n^u & (\chi = 1) \\ \phi_n^d & (\chi = -1) \end{cases} \tag{6}$$

という記法を用いた。文献 [7] の図 1 を参照してほしい。R は 2 次元電子系の右側のエッジ、左側のエッジはトンネリングに寄与しないから、ここでは仮想的なものである。（計算途中での技術的な理由のために入れてあるので、物理的な意味はない。） 電荷モードは反時計周りに進むと仮定して、右側の物理的なエッジで上に進むと言う意味で u と表わした。d は下向きに進む成分である。相互作用の影響を調べるには、連続的な自由度を積分して、ポイント・コンタクトのところでの有効理論を作ってやればよい。途中経過で、次のような k 積分に出会う。

$$\int_{-\Lambda_k}^{\Lambda_k} dk A^{-1}(\omega, k) = \oint dk \frac{\tilde{A}(\omega, k)}{\det A(\omega, k)}, \tag{7}$$

ここで、$A(\omega, k)$ は出発点のカイラル TL 液体の係数行列である。また、$\tilde{A}(\omega, k)$ は $A(\omega, k)$ の余因子行列、Λ_k は運動量のカットオフで 格子定数 a の逆数程度と考えられる。(7) 式の被積分関数は上半平面に 2 つの極 $i\kappa_c$ と $i\kappa_n$ をもっている。$i\kappa_c$ は電荷モード、$i\kappa_n$ は中性モードに対応している。κ_c と κ_n は、$\kappa_n > \kappa_c > 0$ ととれ、相互作用がない極限で、$\kappa_c = |\omega|/v_c, \kappa_n = |\omega|/v_n$ となる。物理的に興味があるのは次の 2 つの場合であろう。

1. $\Lambda_\omega/v_c, \Lambda_\omega/v_n \ll \Lambda_k$ の場合。ここで、Λ_ω は高周波のカットオフである。この場合、$i\kappa_c$ と $i\kappa_n$ の 2 つの極における留数がともに積分に寄与する。結果はエッジ・モードのカイラリティに依存する。電荷モードと中性モードが同じ向きに進む場合 $(\chi = 1)$ には、$I - V$ 特性は相互作用によらず、$\alpha = 1/\nu + 1/\eta$ となる。一方、2 つのエッジ・モードが逆向きに進む場合 $(\chi = -1)$、α は相互作用に依存するようになる。[9]
$$\alpha = \frac{K_\rho^{\text{eff}}}{\nu^2} + \frac{K_\sigma^{\text{eff}}}{\eta^2} - \frac{2g}{\nu\eta}. \tag{8}$$
ここで、
$$K_\rho^{\text{eff}} = \frac{\nu}{\sqrt{1 - \frac{\nu\eta}{\pi^2}\left(\frac{u}{v_c - v_n}\right)^2}}, \quad K_\sigma^{\text{eff}} = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{\nu\eta}{\pi^2}\left(\frac{u}{v_c - v_n}\right)^2}}.$$
$$g = \sqrt{\frac{\nu\eta}{\frac{\pi^2}{\nu\eta}\left(\frac{v_c - v_n}{u}\right)^2 - 1}}. \tag{9}$$

2. Lee-Wen の場合 $(\Lambda_\omega/v_c \ll \Lambda_k \ll \Lambda_\omega/v_n)$.

   この場合、2 つの極のうち電荷モードに対応するものだけが積分に寄与する。まず、相互作用がない場合、$\alpha = 1/\nu$ となる。これが Lee-Wen による Grayson の実験の解釈である。しかし、現実に実験で観測されている α は $1/\nu$ より小さい。そこ

で、次に相互作用がある場合を考えよう。結果はエッジ・モードのカイラリティによらず、

$$\alpha = \frac{1}{\nu} - 2\sqrt{\frac{(1-\delta)\epsilon}{\nu\eta}} + \left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{\eta}\right)(1-\delta)\epsilon \tag{10}$$

となり、α はオーダー $\sqrt{\epsilon}$ の補正をうけることが分かる。ここで、

$$\frac{v_n}{v_c} = \epsilon, \quad \nu\eta\left(\frac{u}{2\pi}\right)^2 = v_c^2\epsilon(1-\delta), \quad 0 \le \delta \le 1. \tag{11}$$

相互作用は、α を減少させることがわかった。

4 まとめ

カイラル TL 液体の立場から Grayson の実験を議論した。Lee-Wen のモデルで、電荷モードと中性モードの相互作用を考慮した結果、Grayson の実験と Lee-Wen の結果とのずれを説明できるかもしれないことが分かった。

謝辞

このテーマに関連して、いろいろとご指導してくださった永長先生には特に感謝しています。

参考文献

[1] X.G. Wen, Phys. Rev. **B41**, 12838 (1990).

[2] A.M. Chang, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **77**, 2538 (1996).

[3] J.K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).

[4] J. Frohlich and A. Zee, Nucl. Phys. **B364**, 517 (1991); X.G. Wen and A. Zee, Phys. Rev. **B46**, 2290 (1993).

[5] C.L. Kane and M.P.A. Fisher, Phys. Rev. **B51**, 13449 (1995).

[6] A.V. Shytov, L.S. Levitov and B.I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **80**, 141 (1998).

[7] M. Grayson, D.C. Tsui, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, and A. M. Chang, Phys. Rev. Lett. **80**, 1062 (1998).

[8] D.H. Lee and X.-G. Wen, cond-mat/ 9809160.

[9] K. Imura and N. Nagaosa, Phys. Rev. **B55**, 7690 (1997); ibid., **B57**, R6826 (1998).